EXPERIENCES ALEATOIRES
EPREUVE DE BERNOULLI

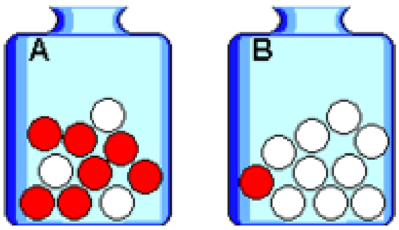
1. EXPERIENCE ALEATOIRE A PLUSIEURS EPREUVES INDEPENDANTES

a. Définition :
Deux épreuves sont indépendantes lorsque les résultats de l'une …………………………… pas la probabilité des résultats de l'autre

Exemples :
Lancer un dé ou une pièce de monnaie 2 fois
Choisir, l'entrée, le plat chaud et le dessert dans la carte des menus d'un restaurant

b. Arbre de probabilités
Un arbre de probabilité est dit pondéré si chaque issue est représentée par une unique …………………………… sur laquelle on note la probabilité correspondante

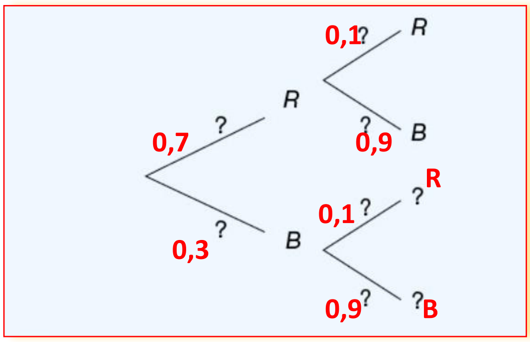
c. Exemple : On dispose de billes de couleur rouge et blanche réparties dans deux boîtes. On prélève une bille dans chaque boîte. Représentons cette situation par un arbre pondéré



Boîte A : ……………. billes rouges
Donc, la probabilité de prélever une bille rouge est :
p(R) = ….. / ……. = 0,…

Conséquence : La probabilité de prélever une bille blanche est : p(B) = ….. / ……. = 0,…..

Autre méthode : p(B) = 1 - ………….. = 0……



La somme des probabilités issues d'un même ……. est égale à ………………

Déterminons :

1. La probabilité de prélever deux billes blanches
La seule issue favorable est (B , …..)
p = ………………. x ……………… = …….

2. La probabilité de prélever une bille rouge et une bille blanche
Les issues favorables sont (R , …..) et (…… , ……)
p = ……… x ………… + ………… x ………… = 0, ….. + 0,….. = 0,…..

3. La probabilité de prélever au moins une bille rouge

Les issues favorables sont (…… , ……) ; (…….. , …..) et (…… , ……)

p = ……………… x ……………. + ……………… x ……………. + ……………… x ………………

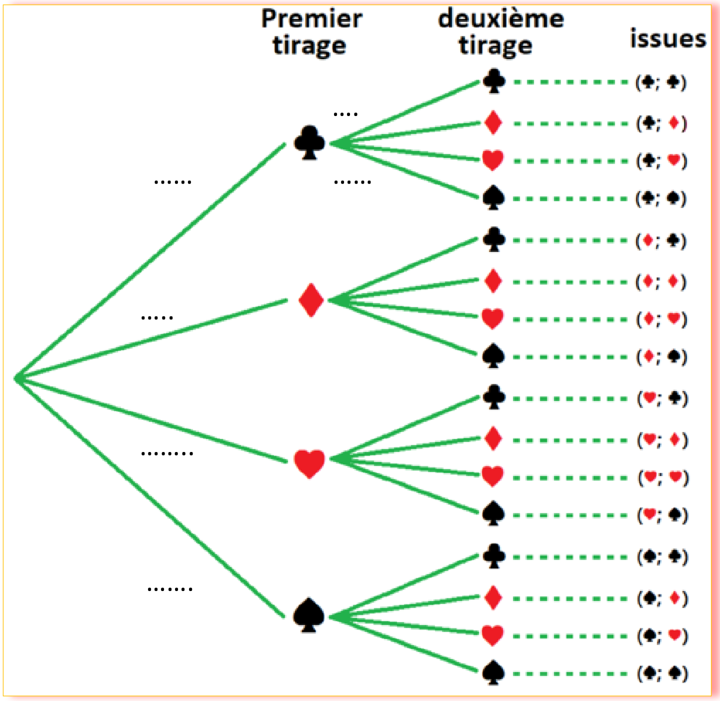
= 0, ….. + 0,….. + 0,….. = 0,…..

Autre méthode : L'événement contraire est : les deux boules sont ………………

Mais p (B ; B) = ……………………….. Donc, p = 1 – ………….. = 0,…………

2. REPETITION D'EXPERIENCES ALEATOIRES IDENTIQUES

Expérience : On tire une carte au hasard parmi les cartes suivantes
Après l'avoir remise, on tire une carte. On a donc effectué un tirage ………………………………………. de deux cartes.
On peut résumer cette expérience par l'arbre pondéré ci-dessous



a. Complétons l'arbre en reportant les probabilités de chaque branche

b. En déduire la probabilité d'obtenir deux cartes rouges

Les issues possibles sont
(………. ; ………) ; (………. ; ………) ;
(………. ; ………) et (………. ; ………)
Les quatre probabilités sont
……………………
et valent p = ……… x ………
Conclusion : la probabilité d'obtenir deux cartes rouges est : ………………………

3. VARIABLES ALEATOIRES

a. Définition

Définir une variable aléatoire, c'est associer à chaque issue de l'expérience un …………………………… réel

b. Notation

{ X = x_i } désigne l'événement : X prend la valeur x_i

c. Loi de probabilité

On considère une expérience aléatoire sur laquelle on définit une variable X.
La loi de probabilité de X associe à chaque valeur de la variable, la probabilité de l'événement associé

d. Exemple

On a déposé 100 billes dans une boîte. Il y a 14 billes rouges, 85 billes bleues et une bille noire.
On tire une bille au hasard. Si elle est rouge, on gagne 10 €, si elle est bleue, on gagne 2 €. Si la bille est noire, on perd 50 €

A chaque couleur de bille, on associe le montant. On peut dresser le tableau suivant

Couleur	Rouge	Bleu	Noir
Montant	**10 €**	**2 €**	**50 €**

La loi de probabilité est définie ainsi :

10 = x_3

x_i	**-50 €**	**2 €**	**10 €**
$P(X = x_i)$	**0,…**	**0,….**	**0,14**

14 billes rouges parmi les 100 billes. **0,14 = p_3**

e. Espérance mathématique

C'est la valeur moyenne des valeurs prises par X quand l'expérience est réalisée un très ………………… nombre de fois. Elle est notée E(X) et s'obtient à l'aide de la relation :

$$E(X) = p_1 \times x_1 + p_2 \times x_2 + p_3 \times x_3 + p_4 \times x_4 + \text{………………}.$$

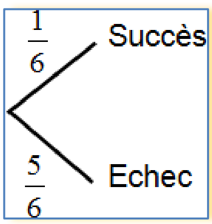
Reprenons l'exemple précédent. E(X) = ………………. + ………………….. + ………………….. = ……..
Cela signifie ; Si l'on effectue un très grand nombre d'expériences, on peut estimer un gain moyen, par expérience, de …………… €
Remarque : si l'espérance est négative, alors ……………………………………………………

4. LOI DE BERNOULLI

a. Définition :

On appelle ***épreuve de Bernoulli*** une expérience aléatoire n'ayant que ………….. issues possibles : l'une appelée "succès" et notée souvent S , l'autre appelée "échec" et souvent notée $\overline{S}$.

Pour une épreuve de Bernoulli, on note p la probabilité de succès.
On note donc **P(S) = p** et **$P(\overline{S})$= 1 − p**



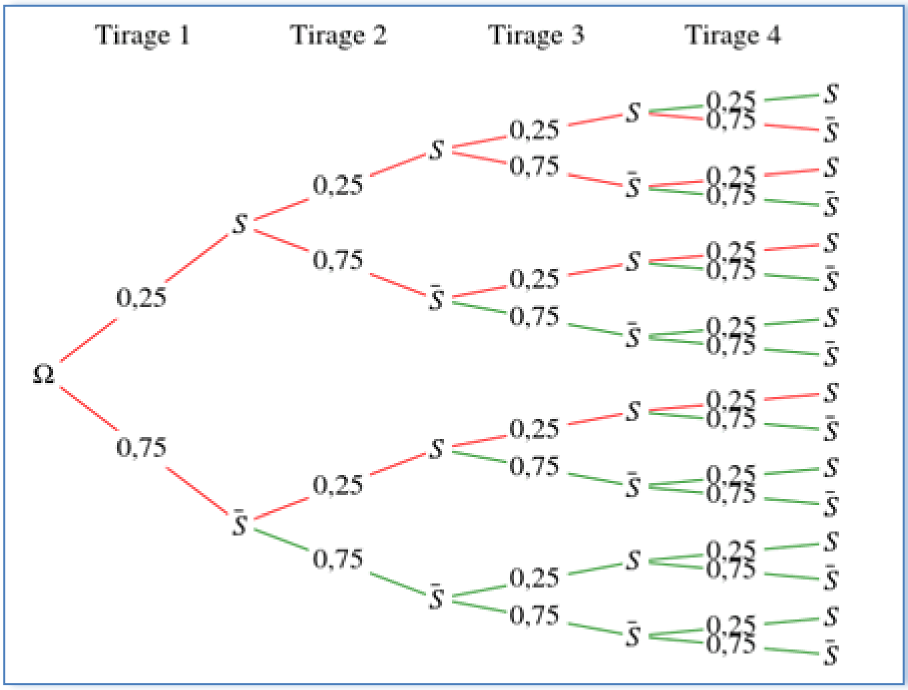
<u>Exemple 1</u> : On lance un dé non truqué à six faces et on note S l'événement "Obtenir un 6". L'événement $\overline{S}$ est alors "……………………………………….. ". p(S) = ……. $p(\overline{S})$ = …….

Exemple 2 : On tire, à quatre reprises, une carte au hasard parmi les cartes suivantes

On note S l'événement "la carte est l'as de cœur "

Alors, p(S) = ………………. et p(E) = ……………………….

On peut résumer cette expérience par l'arbre pondéré ci-dessous



Calculons la probabilité d'obtenir 3 fois l'as de cœur

Les issues sont (S ; …. ; ….. ; ……) ; (S ; …. ; ….. ; ……) ; (S ; …. ; ….. ; ……) et (E ; …. ; ….. ; ……)

La probabilité de chaque issue est égale à ……… x ……… x …….. x ……… = 0,……….

Conclusion : la probabilité d'obtenir 3 fois l'as de cœur est ……………. x …….. = .0,……….

SOLUTIONS		
blanches	0,01172	0,7
branche	0,046875	0,73
deux	0,0625	0,75
grand	1/6	5/6
identiques	0,25	1
n'influencent	0,25	3,6
nœud	0,27	5
nombre	0,3	7
répété	0,66	