EXERCICES CORRIGES FONCTIONS EXPONENTIELLES

Exercice 1 : Complétez le tableau ci-dessous (Prix net = Prix brut x CM)

Opération	Augmentation 8 %	Réduction 22 %	Taxe 20 %	…………
Coefficient CM	…………	…………	…………	1,055

Exercice 2 : Complétez le tableau ci-dessous (Prix net = Prix brut x CM)

Opération	CM
Chaque semaine, pendant les soldes, on baisse le prix d'un article de 20 % (Pendant 3 semaines)	(………………..)……… = …………. Donc, un taux global de ………………… %
Trois baisses successives de 50 %	(………………..)……… = …………. Donc, un taux global de ………………… %
Une augmentation de 40 %, puis une baisse de 5 %, puis une baisse de 20 %	(……………………..) (……………..) (……………..) = …………………… Donc, un taux global de …………………. %

Exercice 3 : Déterminez la valeur de x

$8^{0,5} \times 8^{x} \times 8 = 8^{6,6}$	$\dfrac{3^{22,5}}{3^{x}} = 3^{4}$
$\dfrac{3^{-2,5} \times 3^{-4,5}}{3^{-5}} = 3^{x}$	$\dfrac{2^{4,5} \times 2^{x}}{(2^{-5})^{3}} = 2^{20}$

Exercice 4

Un transporteur achète en 2020 un véhicule fourgon de 9 tonnes au prix de 50 200 euros, taxes comprises. Compte tenu du nombre de kilomètres parcourus, le véhicule perd 20 % de sa valeur chaque année.

La perte de chaque année est calculée sur la valeur résiduelle de l'année précédente.

Partie I : Étude d'une situation

1) Calculer la valeur résiduelle du fourgon en 2021, 2022, 2023

2) Les valeurs du véhicule en 2020, 2021, 2022, 2023 forment une suite de nombres. Préciser la nature et la raison de cette suite de nombres

3) Donner l'expression de la valeur résiduelle V_n du véhicule pour l'année n, l'année 2020 étant considérée comme la première année.

Partie II : Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x de l'intervalle [0 ; 10] par :

$$f(x) = 50\,200 \times 0{,}8^{x}$$

1) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous. Arrondir les valeurs de $f(x)$ à la centaine.

x	0	1	2	3	5	7	8	10
f(x)	50 200			25 700				5 400

2) Résoudre, à l'aide de la calculatrice, l'équation : f(x) = 12 500

Partie III : Exploitation des résultats

Le propriétaire du véhicule fourgon décide qu'il faut remplacer ce véhicule lorsque sa valeur est inférieure à 12 500 euros.
En vous aidant de l'étude précédente, déterminer l'année au cours de laquelle il remplacera le véhicule.

Exercice 5

Au mois de décembre 2019, le chiffre d'affaires hors taxe d'un magasin spécialisé dans la vente de téléphones portables était de 200 000 €.
Pour l'année 2020, le responsable du magasin prévoit un taux d'augmentation du chiffre d'affaires hors taxe de 8 % par mois.

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 12] donnant le chiffre d'affaires pour un mois x :
f(x) est de la forme $k \times a^{x}$

1) Déterminer les valeurs de k et de a :

2) En déduire le chiffre d'affaires prévu pour le mois d'août

3) Pour quel mois de l'année 2020, le chiffre d'affaires sera presque le double de celui de décembre 2019 ?

Exercice 6 : Développement de staphylocoques (prévention, santé, sécurité)

À température ambiante, on estime que le nombre de bactéries présentes dans un aliment double toutes les 15 min. C'est la raison pour laquelle il est primordial de consommer très rapidement toute préparation culinaire qui n'est pas destinée à la cuisson ou qui n'est pas conservée au froid.
Un verre de 25 cL de lait devient impropre à la consommation lorsqu'il contient 26 000 staphylocoques.
Le nombre de staphylocoques présents à 14h00 dans ce verre de lait est égal à 20.

On désigne par u_0 le nombre de staphylocoques **présents initialement**, par u_1 le nombre de staphylocoques présents 15 minutes plus tard, par u_2 le nombre de staphylocoques 30 minutes plus tard etc.

1) a) Calculer les valeurs de u_1, u_2, u_3 et u_4.

Heure	14h00	14h15							16h
Termes	u_0	u_1							
Nombre de staphylocoques	20								

2) Le nombre de staphylocoques présents dans le lait à un instant x peut-être modélisé par la fonction f définie par $f(x) = 20 \times 2^x$ pour x quarts d'heure après 14h00, x variant de 0 à 20. A quelle heure le lait sera-t-il impropre à la consommation ?

Exercice 7 :

Tous les ans à partir de fin novembre, des volontaires d'une organisation non gouvernementale de protection de la nature parcourent les côtes de la Californie pour estimer le nombre de papillons Monarques : il s'agit d'une espèce de papillons qui viennent y passer l'hiver.
On dispose des données suivantes :

Année	1997	2000	2006	2012	2019
Nombre de papillons Monarques en milliers	1 300	400	200	90	50

Partie A

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 0,1 %.

1. Calculer le taux d'évolution global du nombre de papillons Monarques entre 1997 et 2019.

2. Montrer que le taux d'évolution annuel moyen du nombre de papillons Monarques entre 1997 et 2019 est $-13,8\%$.

EXERCICES CORRIGES FONCTIONS EXPONENTIELLES

Exercice 1 : Complétez le tableau ci-dessous (Prix net = Prix brut x CM)

Opération	Augmentation 8 %	Réduction 22 %	Taxe 20 %	1,055 x 100 - 100 = **5,5**
Coefficient CM	1 + 0,08 = **1,08**	1 - 0,22 = **0,78**	1 + 0,2 = **1,2**	1,055

Exercice 2 : Complétez le tableau ci-dessous (Prix net = Prix brut x CM)

Opération	CM
Chaque semaine, pendant les soldes, on baisse le prix d'un article de 20 % (Pendant 3 semaines)	$(1 - 0,2)^{3.} = 0,512$ Donc, un taux global de (0,512 - 1)x 100 = **- 49,8 %**
Trois baisses successives de 50 %	$(1 - 0,50)^{3.} = 0,125$ Donc, un taux global de (0,125 - 1)x 100 = **- 87,50 %**
Une augmentation de 40 %, puis une baisse de 5 %, puis une baisse de 20 %	(1 + 0,4) (1 - 0,05) (1 - 0,2) = 1,4 x 0,95 x 0,8 = 1,064 Donc, un taux global de **+ 6,4 %**

Exercice 3 : Déterminez la valeur de x

$8^{0,5} \times 8^{x} \times 8 = 8^{6,6}$ 0,5 + x + 1 = 6,6 x = 6,6 – 0,5 – 1 **x = 5,1**	$\dfrac{3^{22,5}}{3^{x}} = 3^{4}$ 22,5 - x = 4 - x = 4 – 22,5 = -18,5 **x = 18,5**
$\dfrac{3^{-2,5} \times 3^{-4,5}}{3^{-5}} = 3^{x}$ -2,5 + (- 4,5) – (- 5) = x -7 + 5 = x -2 = x **x = -2**	$\dfrac{2^{4,5} \times 2^{x}}{(2^{-5})^{3}} = 2^{20}$ 4,5 + x – (-5 x 3) = 20 4,5 + x + 15 = 20 x = 20 – 4,5 – 15 **x = 0,5**

Exercice 4

Un transporteur achète en 2020 un véhicule fourgon de 9 tonnes au prix de 50 200 euros, taxes comprises. Compte tenu du nombre de kilomètres parcourus, le véhicule perd 20 % de sa valeur chaque année.

La perte de chaque année est calculée sur la valeur résiduelle de l'année précédente.

Partie I : Étude d'une situation

1) Calculer la valeur résiduelle du fourgon en 2021, 2022, 2023

Perte : 20 % . Donc CM + 1 - 0,20 = 0,8
2020 : 50 200 € *2021* : 50 200 x 0,8 = **40 160 €** *2022* : 40 160 x 0,8 = **32 128 €**
2023 : 32 128 x 0,8 = **25 702,40 €**

2) Les valeurs du véhicule en 2020, 2021, 2022, 2023 forment une suite de nombres. Préciser la nature et la raison de cette suite de nombres

Une suite géométrique de raison q = 0,8

3) Donner l'expression de la valeur résiduelle V_n du véhicule pour l'année n, l'année 2020 étant considérée comme la première année.

$V_n = V_0 \times q^n$ Donc, $\mathbf{V_n = 50\,200 \times 0{,}8^n}$

Partie II : Étude d'une fonction

Soit *f* la fonction définie pour tout nombre réel *x* de l'intervalle [0 ; 10] par :

$$f(x) = 50\,200 \times 0{,}8^x$$

1) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous. Arrondir les valeurs de *f*(*x*) à la centaine.

x	0	1	2	3	5	7	8	10
f(x)	50 200	40 200	32 100	25 700	16 400	10 500	8 400	5 400

2) Résoudre, à l'aide de la calculatrice, l'équation : f(x) = 12 500

x	f(x)
6	13 154
7	10 528

x = **7**

Partie III : Exploitation des résultats

Le propriétaire du véhicule fourgon décide qu'il faut remplacer ce véhicule lorsque sa valeur est inférieure à 12 500 euros.
En vous aidant de l'étude précédente, déterminer l'année au cours de laquelle il remplacera le véhicule.

f(7) = 10 528 Donc, en 2020 + 7 = **2027**

Exercice 5

Au mois de décembre 2019, le chiffre d'affaires hors taxe d'un magasin spécialisé dans la vente de téléphones portables était de 200 000 €.
Pour l'année 2020, le responsable du magasin prévoit un taux d'augmentation du chiffre d'affaires hors taxe de 8 % par mois.

Soit la fonction *f* définie sur l'intervalle [0 ; 12] donnant le chiffre d'affaires pour un mois x :
f(x) est de la forme $k \times a^x$

1) Déterminer les valeurs de k et de a :

Soit $f(x) = k\, a^x$
En 2019 : x = 0 $f(0) = k\, a^0 = k = 200\,000$ Donc, k = 200 000
Alors, $f(x) = 200\,000 \times a^x$ augmentation : 8 % donc a = 1,08

Conclusion : $\mathbf{f(x) = 200\,000 \times 1{,}08^x}$

2) En déduire le chiffre d'affaires prévu pour le mois d'août

$f(x) = 200\,000 \times 1{,}08^x$
Août : x = 8
Donc, $f(8) = 200\,000 \times 1{,}08^8 =$ **370 186,04 €**

3) Pour quel mois de l'année 2020, le chiffre d'affaires sera presque le double de celui de décembre 2019 ?

On sait que $f(8) = 200\,000 \times 1{,}08^8 = 370\,186{,}04$ €
Calculons : $f(9) = 200\,000 \times 1{,}08^9 = 399\,800{,}93$ donc proche de 400 000 (200 000 x 2)
Réponse : au mois de **septembre**

Exercice 6 : Développement de staphylocoques (prévention, santé, sécurité)

À température ambiante, on estime que le nombre de bactéries présentes dans un aliment double toutes les 15 min. C'est la raison pour laquelle il est primordial de consommer très rapidement toute préparation culinaire qui n'est pas destinée à la cuisson ou qui n'est pas conservée au froid.
Un verre de 25 cL de lait devient impropre à la consommation lorsqu'il contient 26 000 staphylocoques.
Le nombre de staphylocoques présents à 14h00 dans ce verre de lait est égal à 20.

On désigne par u_0 le nombre de staphylocoques **présents initialement**, par u_1 le nombre de staphylocoques présents 15 minutes plus tard, par u_2 le nombre de staphylocoques 30 minutes plus tard etc.

1)a) Calculer les valeurs de u_1, u_2, u_3 et u_4.

Heure	14h00	14h15							16h
Termes	u_0	u_1	u_2		u_4				
Nombre de staphylocoques	20	40	80		320				5 120

2) Le nombre de staphylocoques présents dans le lait à un instant x peut-être modélisé par la fonction f définie par $f(x) = 20 \times 2^x$ pour x quarts d'heure après 14h00, x variant de 0 à 20. A quelle heure le lait sera-t-il impropre à la consommation ?

x	f(x)
10	20 480
11	40 960

x = 11 quart d'heure soit 2 h 45 min

Le lait sera donc impropre à la consommation à :

14 h + 2 h 45 = **16 h 45**

Exercice 7 :

Tous les ans à partir de fin novembre, des volontaires d'une organisation non gouvernementale de protection de la nature parcourent les côtes de la Californie pour estimer le nombre de papillons Monarques : il s'agit d'une espèce de papillons qui viennent y passer l'hiver.

On dispose des données suivantes :

Année	1997	2000	2006	2012	2019
Nombre de papillons Monarques en milliers	1 300	400	200	90	50

Partie A

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 0,1 %.

1. Calculer le taux d'évolution global du nombre de papillons Monarques entre 1997 et 2019.
2. Montrer que le taux d'évolution annuel moyen du nombre de papillons Monarques entre 1997 et 2019 est −13,8 %.

1. De 1997 à 2019, le taux d'évolution est $\tau = \dfrac{50 - 1300}{1300} \approx -0{,}9615$.

   Donc le taux est égal à environ $-0{,}962$ ou $-96{,}2\,\%$à$0{,}1\,\%$ près.

2. Soit t ce taux annuel moyen sur les 22 ans.

   On a donc : $(1+t)^{22} = 1 - 0{,}962$, ou $(1+t)^{22} = 1 - 0{,}038$, soit $1 + t = 0{,}038^{\frac{1}{22}} \approx$.

   Or $0{,}038^{\frac{1}{22}} \approx 0{,}862$ et $1 + t \approx 0{,}862$ donne $t \approx -0{,}138$, soit un taux d'évolution annuel moyen de $-13{,}8\,\%$.