T D: FONCTION INVERSE

1. Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes, puis les écrire sous forme d'un quotient lorsque cela est possible

	f (x)	f ' (x)
1	$\frac{5}{x} = \cdots\ldots.\times\frac{1}{x}$	
2	$\frac{-5}{x} = \cdots\ldots.\times\frac{1}{x}$	
3	$2x + \frac{8}{x}$	
4	$5x - 2 - \frac{4}{x}$	
5	$3x - \frac{3}{x}$	

Résoudre l'équation f ' (x) = 0 (question 3 et 4)

2. Etudier le signe des expressions suivantes

Expression	Intervalle d'étude	Signe du numérateur	Signe du dénominateur	Signe de l'expression
$\frac{x+3}{x}$	[2 ; 3]	…………	…………	…………
$\frac{x+3}{x}$	[-2 ; 0]	…………	…………	…………
$\frac{x-3}{x^2}$	[1 ; 2]	…………	…………	…………
$\frac{5x^2+3}{x^2}$	[-5 ; -1]			

3. La fonction f est définie sur [1 ; 5] par : $f(x) = \frac{-1}{x} + 5x$

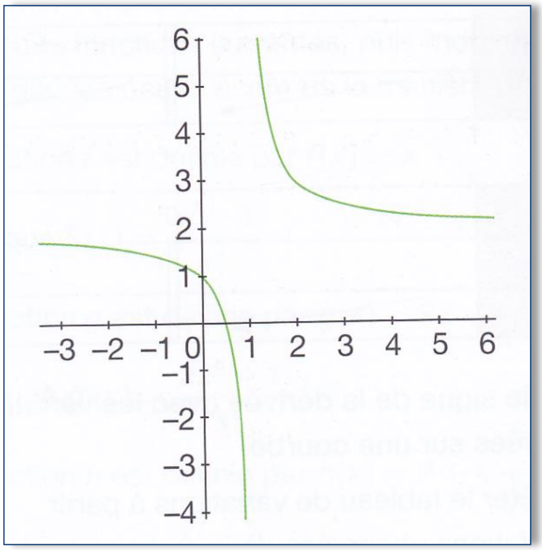
a/ Déterminer la dérivée f ' (x)

b/ Montrer que la dérivée peut se mettre sous la forme $\frac{1+5x^2}{x^2}$

c/ Etudier le signe de la dérivée sur [1 ; 5]

d/ Dresser le tableau de variations de f sur [1 ; 5]

4. La courbe représentative d'une fonction f est donnée ci-dessous. Par lecture graphique :



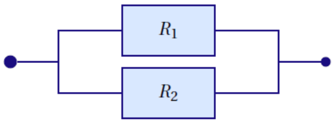
a/ Donner le domaine de définition de f

b/ Déterminer f (2)

c/ Donner l'équation de l'asymptote horizontale à la courbe de f

d/ Résoudre : f ' (x) > 0

5. Pour deux résistances R_1 et R_2 montées en parallèle, la résistance équivalente R du dipôle vérifie la relation :



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Les résistances sont exprimées en ohms (Ω). On donne $R_1 = 4$ et $R_2 = x$.

a/ Montrer que $R = \frac{4x}{x+4}$

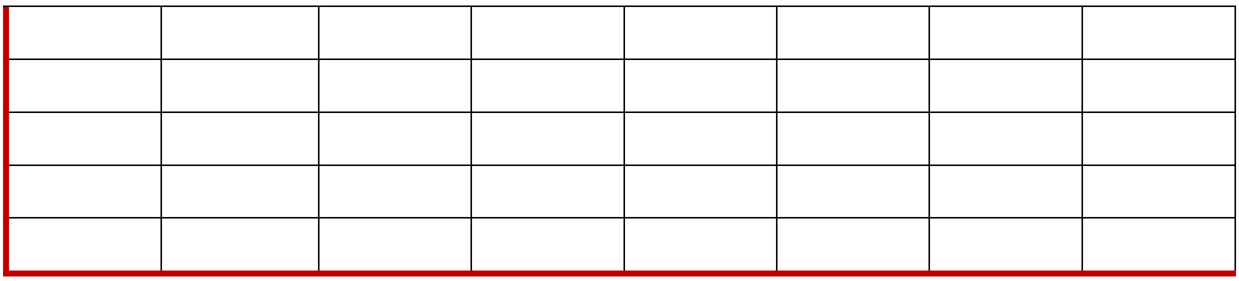
b/ Déterminer la valeur de la résistance R_2 pour que la résistance R du dipôle soit égale à 3 Ω.

c/ A l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur maximale que peut prendre R

d/ Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{4x}{x+4}$

e/ Représenter graphiquement la fonction f dans le repère ci-dessous²

1



10

f/ Donner l'équation de la droite asymptote à la courbe représentative de f

g/ En déduire $\lim_{x \to \infty} f(x)$

6. On suppose dans cet exercice, que le prix de la location d'une voiture pour le week-end est de 90€, que la consommation moyenne d'un véhicule est de 8 litres de carburant pour 100 km parcourus et que le prix d'un litre de carburant est de 1,50€.
a/ Pierre loue un véhicule pendant le week-end et parcourt 120 km pendant le week-end. Quel est le prix de revient moyen par kilomètre parcouru?

b/ Soit $x > 0$ le nombre de kilomètres parcourus par un client qui loue une voiture pendant le week-end. Exprimer en fonction de x, le montant f (x) du prix de revient moyen par kilomètre parcouru.

c/ Un client ayant loué une voiture pendant le week-end a calculé que le prix de revient moyen par kilomètre parcouru a été de 0,52€. Quelle distance ce client a-t-il parcouru pendant le week-end?

d/ Quel est le montant du coût total de la location pendant le week-end?

7. À l'occasion d'une randonnée, la vitesse moyenne d'un cycliste à l'aller est de 15 km/h.

a/ Quelle est la vitesse moyenne sur le trajet aller-retour lorsque la vitesse moyenne au retour est de 20 km/h ?

b/ On note x la vitesse moyenne exprimée en km/h du cycliste au retour et V (x) la vitesse moyenne du cycliste sur le trajet aller-retour. Elle est donnée par la relation :

$$V(x) = \frac{30x}{x + 15}$$

c/ Pour quelles valeurs de x la vitesse moyenne sur le trajet total sera supérieure à 20 km/h?

d/ La vitesse moyenne sur le trajet total peut-elle dépasser les 30 km/h ?

SOLUTIONS				
-2	1	2	2	2,75
4	12	17,14	30	104,40
117	225	∅	∅	