CHAPITRE 4 : LA FONCTION LOGARITHME DECIMAL

1. APPROCHE

Dans la fiche Exercices du chapitre précédent, il fallait résoudre l'inéquation :

$$150 \times 1{,}01^t > 1\ 000$$

Il était impossible de la <u>résoudre</u> par le calcul. On avait utilisé la……………………………….
Il nous manquait un outil : le ……………………………………………

2. LA FONCTION LOGARITHME DECIMAL log (x)

a / Rappels **:** Les fonctions x^2 et $\sqrt{x}$ sont dites fonctions ……………………………….
(x positif)

Car $\left(\sqrt{x}\right)^2 = \ldots \ldots$ $\left(\sqrt{x^2}\right) = \ldots \ldots \ldots \ldots$

Dans le chapitre précédent, nous avons abordé les fonctions exponentielles de base a (par exemple : $f(x) = 2^x$)

Nous allons considérer la fonction exponentielle de base 10

$$f : x \longrightarrow 10^x$$

b / Définition **:** Les fonctions **log (x)** et ……………. sont dites fonctions ………………………………

Car, $\log(10^x)=$ ………….. et $10^{\log x} =$ ………………
Vérifions, à l'aide de la calculatrice : $\log(10^3)=$ ………….. et $10^{\log 5} =$ …………….

La fonction **log (x)** est définie sur …………………………………………………………

c / Variations de la fonction log (x):

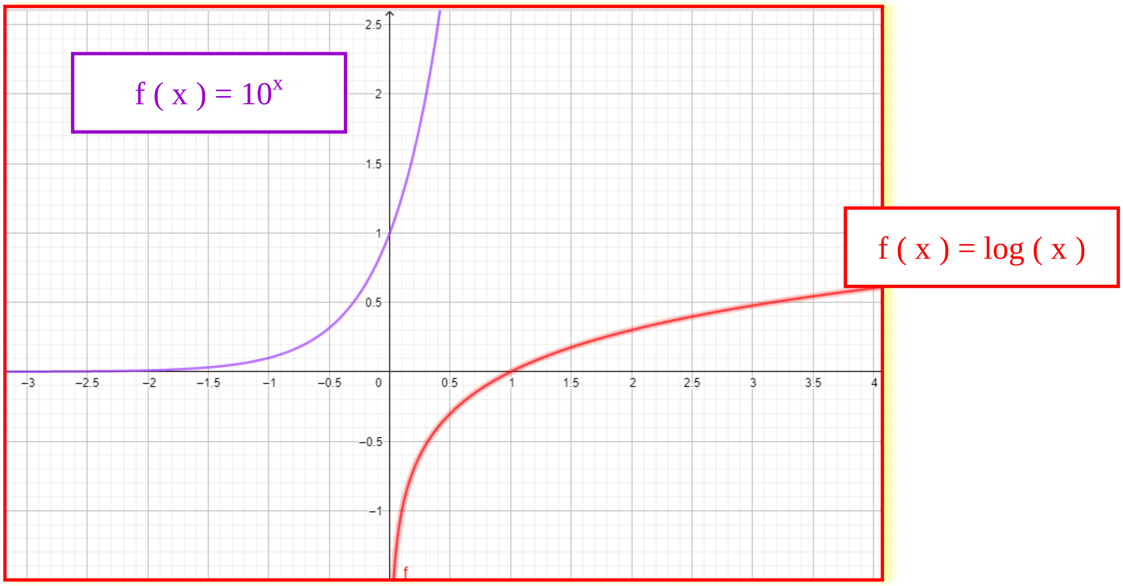
On admettra que la fonction log (x) est strictement ………………………………. sur $]0 ; +\infty[$
On obtient le tableau de variation suivant

x	0		1		$+\infty$
f(x) = log (x)	‖	↗	0	↗	

d / Courbes représentatives de log (x) et de 10^x

Complétons le tableau de valeurs suivant

x	0,1	0,25	0,5	1	2	3	4	5	8	10
log (x)										
10^x										



Les courbes y = log (x) et y = 10^x sont …………………………………… par rapport à la droite d'équation y = x

Remarque 1 : A l'aide du tableau de valeurs précédent :

Calculons : log (4) + log (0,5) = ………………………. + ……………….

log (2) = ………………   Mais : 4 x 0,5 = ……………………….

Que peut-on en déduire ?

Soient a et b deux réels positifs, alors : **log (a x b) =** ……………………..

Remarque 2 : A l'aide du tableau de valeurs précédent :

Calculons : log (10) - log (5) = ………………………. - ……………….

log (2) = ………………   Mais : $\frac{10}{5} =$ … … …

Que peut-on en déduire ?

Soient a et b deux réels positifs, alors : $\mathbf{log}(\frac{a}{b}) =$ … … … … … ….

Remarque 3 : A l'aide du tableau de valeurs précédent :
Calculons : log (8) = ...

3 x log (2) = ... Mais 8 = $2^{\dots\dots}$

Que peut-on en déduire ?

Soient a et x deux réels positifs, alors : **log (a^x) = ...**

Applications : Compléter les égalités suivantes

- log (18) = log (.......) + log (...........) = log (.......) + log (...........)
- log (500) - log (100) = log (........) = log (..........)
- log (16) = log (...... $^{\dots\dots\dots}$) = ... log (........)
- 2 log (2^5) = 2 . ... = ...

3. RESOLUTION D'EQUATIONS ET D'INEQUATIONS

a / Remarque : Si a = b alors, log (a) = ... a et b sont positifs !

b / Exemples : Résoudre

❖ **log (x) + log (3) = log (21)**

En utilisant la propriété : log (ab) = ... + ... , on peut écrire :
.... = log (21)

Ou .... = 21 Donc, x = ... = ...

❖ **2^x = 128**

Ou log.................. = log ....

En utilisant la propriété : log (a^n)= .... , on peut écrire : .... = log (128)

Donc, x = ... = ... Vérifions : $2^{\dots\dots}$ = ...

❖ **10^x = 80**

Ou log.................. = log ....

Donc, x = ... = ...

❖ **$0,8^x$ > 0,2**

Ou log.................. > log ....

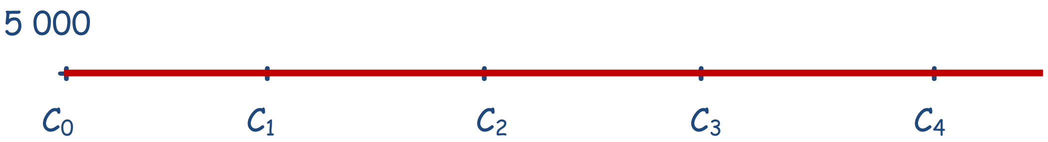
En utilisant la propriété : log a^x = ... , on peut écrire : .... > log (0,2)

Rappels : log (x) est NEGATIF si x …………………
Donc, log (………) est ……………..…………….

Si ax < b alors : x > a/b lorsque a est ………………

Donc, x ……………………………………
Conclusion ; S = …………………   Vérifions : $0{,}8^{7,2}$ = ………………

❖ **Un capital de 5 000 € est placé à intérêts composés au taux annuel de 4 %**
Après combien d'années, ce capital aura-t-il doublé ?



On sait que les valeurs acquises C_0, C_1, C_2 ;……… C_n forment une suite ………………………,
de raison q = ……………. et de premier terme …………………………………

La valeur acquise C_n après n années de placement est donnée par la relation :

$$\boxed{C_n = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$$

Au bout de 8 ans, la valeur acquise s'élèvera à ……………………………………… = …………………… €
Le capital aura doublé lorsque C_n = ……………………………………………………………………………… €
L'équation s'écrit alors : ………………………………………………………………………………

……

……

……

Conclusion : le capital aura doublé dans ……………… ans
Vérifions : $C_{\ldots}$ = 5 000 x ………………….. = ……………………………… €

❖ **Reprenons l'inéquation du paragraphe 1**

$150 \times 1{,}01^t > 1\ 000$

Ou $1{,}01^t > \frac{1\ 000}{150}$ ou $1{,}01^t > \frac{20}{3}$

Ou log……………………… > log ………………………

En utilisant la propriété : log (a^x) = ……………… , on peut écrire : …………………………… > log $\left(\frac{20}{3}\right)$

Ou t > $\frac{\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots}$.   Donc t > ……………   S =…………………………………………