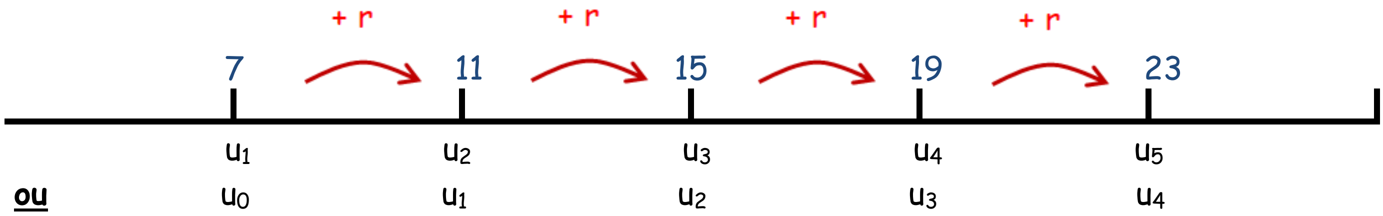
CHAPITRE 1 : SUITES ARITHMETIQUES ET GEOMETRIQUES

1. SUITES ARITHMETIQUES



La suite (u_n) est une suite ……………………………… de premier terme u_1 = ……. et de raison **r** = ……..
La nature de cette suite : ……………………………… car …………………………………..

La relation de récurrence est : $\boxed{u_{n+1} = u_n + r}$
Cela signifie qu'un terme s'obtient à partir du ………………………………… en ajoutant toujours le même nombre, appelé la …………………………

Ici, $u_{n+1} = u_n +$…..

Remarque : Pour obtenir u_6, nous devons connaître la valeur de $u_{……}$ Il faut donc déterminer ……………… les termes précédents.
Il est possible de déterminer u_6 simplement à partir du premier terme et de la raison
Il suffit de connaître la formule ………………………………. de la suite (u_n)

2. RELATIONS U_n EN FONCTION DE n (formules ……………..……………..)

Si le premier terme est u_1	Si le premier terme est u_0
On voit $u_4 = u_1 +$ ……….	On voit $u_4 = u_0 +$ ……….
Donc, $u_n = u_1 +$ …………….	Donc, $u_n = u_0 +$ ………

3. EXERCICES

a/ Afin de vous constituer une cagnotte pour offrir un cadeau à Noël, vous décidez de déposer 3 € le 1 décembre, puis 4,5 €, le 2 décembre, puis 6 €, le 3 décembre, etc dans une tirelire

Les versements 3, 4,5 ; 6 sont les premiers termes d'une suite …………………………… de premier terme : u_1 = ………. et de raison r = ……….

Déterminons la relation permettent d'obtenir le versement à effectuer le $n_{ième}$ jour
On sait que : u_n = …………………… Donc, ici, u_n = ……………………

Calculons la somme à déposer le 23 décembre

Il suffit de déterminer la valeur de u........ Donc, u........ = ... = ...

Conclusion : Vous devrez déposer .... € le 23 décembre

Remarque : Nous verrons, dans ce chapitre, comment déterminer le total des versements déposés du 1 au 23 décembre (à mon avis, environ : .... €)

Autre méthode : Nous décidons d'appeler le premier terme : $u_0 = 3$
On sait que : u_n = ... Donc, ici, u_n = ...

MAIS, le 23 décembre correspond au versement u.............. Donc, u........ = ... = ...

Vérification : On .... bien la valeur ....

b/ Soit la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 12$ et de raison r = 5
Déterminons u_{10}
On sait que : $u_n = u_0$ .... Donc, u_{10} = ... = ...

c/ Soient 10, 15 et 20 les termes d'une suite .... de raison .....
On remarque que : $\frac{10+20}{2}$ = … … … …

Application : 40 et 100 sont respectivement les 3 ème et 5 ème termes d'une suite arithmétique. Alors, le quatrième terme est :.............................. = ...
On dit que .... est la moyenne .... de 40 et de 100

4. SOMME DES n PREMIERS TERMES

a/ Relation

La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique est égale à :

$$\boxed{\frac{n \times (\text{premier terme} + \text{dernier terme})}{2}}$$

b/ Remarque

Si le premier terme est u_1		Si le premier terme est u_0	
La somme des 5 premiers termes est : $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5$		La somme des 5 premiers termes est : $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4$	
Notation	$\sum_{k=1}^{5} u_k$	Notation	$\sum_{k=0}^{4} u_k$

c/ Relations

La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique s'obtient à l'aide de deux relations (cas 1 : premier terme u_1 cas 2 : premier terme u_0)

Cas 1 : premier terme u_1

$$\boxed{u_1 + u_2 + u_3 + \cdots \ldots\ldots\ldots. + u_n = \sum_{k=1}^{n} u_k = \frac{n \times (u_0 + u_n)}{2}}$$

Cas 2 premier terme u_0

$$\boxed{u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \cdots \ldots\ldots\ldots. + u_{n-1} = \sum_{k=0}^{n-1} u_k = \frac{n \times (u_0 + u_{n-1})}{2}}$$

Exemple 1 : Reprenons l'exemple du 3a

On sait que : u_1 = ……… et que u…… = ………

Alors le total des versements présents dans la tirelire est :

$$\boxed{u_1 + u_2 + u_3 + \cdots \ldots\ldots\ldots. + u_{\ldots\ldots} = \sum_{k=1}^{\ldots\ldots} u_k = \frac{\ldots\ldots.. \times (u_0 + u_{\ldots\ldots})}{2}}$$

On obtient : $\frac{\ldots\ldots\ldots \times (\ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots).}{2} = \ldots\ldots\ldots\ldots..$

Conclusion : la tirelire contient ……………………… €

Exemple 2 : Soit la suite arithmétique (u_n) de premier terme u_0 = 10 et de raison r = 5

- Déterminons u_3 u_n = …………………… donc u_3 = ………………………………… = ……
- Déterminons la somme des 4 premiers termes de la suite

Elle représente : $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 =$ $\sum_{k=0}^{3} u_k = \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..}{\ldots\ldots\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} = \ldots\ldots\ldots$

Vérifions : u_0 = 10 u_1 = ………. u_2 = …………. u_3 = ……….

10 + ………. + ………. + ………. = ………

Remarque :

	Si le premier terme est u_1	Si le premier terme est u_0
Pour calculer la somme des 9 premiers termes	Il faut d'abord calculer u….	Il faut d'abord calculer u….

5. SOMME DES n PREMIERS ENTIERS

Considérons la suite de termes : 1 2 3 4 5 6 7 ……………………………. n

C'est une suite ……………………………………. de premier terme u…. = 1 , de raison r = …….

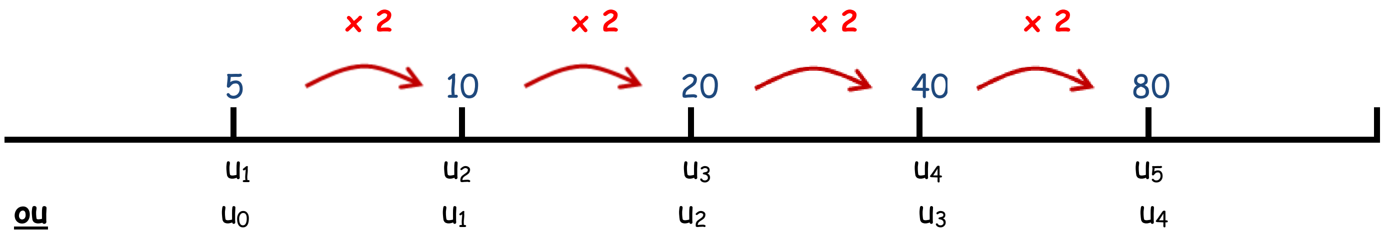
Déterminons la somme : 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + ………………… + n

Appliquons la relation $\boxed{\frac{n \times (\textbf{premier terme} + \textbf{dernier terme})}{2}}$

On obtient : $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. + n = \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

Application : 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 =……………………… = ………

6. SUITES GEOMETRIQUES



La suite (u_n) est une suite ………………………… de premier terme **u_1** = …… et de raison **q** = ….
La nature de cette suite : ……………………………… car ……………………………………

La relation de récurrence est : $\boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$
Cela signifie qu'un terme s'obtient à partir du ……………………………… en le ……………………
toujours par le même nombre, appelé la ……………………………

Ici, $u_{n+1} = u_n \times$…..

Remarque : Pour obtenir u_6, nous devons connaître la valeur de $u_{\dots}$ Il faut donc déterminer …………… les termes précédents.
Il est possible de déterminer u_6 simplement à partir du premier terme et de la raison
Il suffit de connaître la formule ……………………………… de la suite (u_n)

7. RELATIONS U_n EN FONCTION DE n (formules ………………….…………..)

Si le premier terme est u_1	Si le premier terme est u_0
On voit $u_4 = u_1 \times$ ………	On voit $u_4 = u_0 \times$ ………
Donc, $u_n = u_1 \times$ ……………	Donc, $u_n = u_0 \times$ ………

8. EXERCICES

a/ Afin de vous constituer une cagnotte pour offrir un cadeau à Noël, vous décidez de déposer 0,01 € le 1 décembre, puis 0,02 €, le 2 décembre, puis 0,04 €, le 3 décembre, etc dans une tirelire

Les versements 0,01 ; 0,02 ; 0,04 sont les premiers termes d'une suite ………………………………
de premier terme : u_1 = ………. et de raison q = ……….

Déterminons la relation permettent d'obtenir le versement à effectuer le $n_{\text{ième}}$ jour
On sait que : u_n = …………………………… Donc, ici, u_n = ……………………

Calculons la somme à déposer le 23 décembre
Il suffit de déterminer la valeur de $u_{\dots}$ Donc, $u_{\dots}$ = ……………………………… = ………

<u>Conclusion</u> : Vous devrez déposer ………………… € le 23 décembre. ………………………………………

Remarque : Nous verrons, dans ce chapitre, comment déterminer le total des versements déposés du 1 au 23 décembre (à mon avis, environ : …………………… €)

Autre méthode : Nous décidons d'appeler le premier terme : u_0 = 0,01
On sait que : u_n = …………………… Donc, ici, u_n = ……………………

MAIS, le 23 décembre correspond au versement u……… Donc, u……… = ……………………………… = ……………

Vérification : On …………………… bien la valeur ………………………………

b/ Soit la suite géométrique (u_n) de premier terme u_0 = 64 000 et de raison r = 0,5
Déterminons u_{10}
On sait que : u_n = u_0 …………… Donc, u_{10} = ……………………………………… = ……………

c/ Soient 10, 20 et 40 les termes d'une suite ……………………… de raison …..
On remarque que : $10 \times 40 = \ldots\ldots.$ et $\sqrt{\ldots\ldots.} = \ldots\ldots$

Application : 10 et 90 sont respectivement les 3 ème et 5 ème termes d'une suite géométrique. Alors, le quatrième terme est :………………………… = ………
On dit que ………………… est la moyenne ……………………………… de 40 et de 100

d/ Soient x, y et z les trois termes ………………………………… d'une suite géométrique.
Alors : $\sqrt{x \times z} = \ldots\ldots..$

9. SOMME DES n PREMIERS TERMES

a/ Relation

La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique est égale à :

$$\boxed{\textbf{premier terme}\ \frac{(1 - q^{\text{nombre de termes}})}{1 - q}}$$

b/ Remarque

Si le premier terme est u_1		Si le premier terme est u_0	
La somme des 5 premiers termes est : $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5$		La somme des 5 premiers termes est : $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4$	
Notation	$\sum_{k=1}^{5} u_k$	Notation	$\sum_{k=0}^{4} u_k$

c/ Exemple

Exemple 1 : Reprenons l'exemple du 8a

On sait que : u_1 = ……… et que q = ………

Alors le total des versements présents dans la tirelire est :

$$\boxed{u_1 + u_2 + u_3 + \cdots \ldots \ldots \ldots . + u_{\ldots\ldots\ldots} = \sum_{k=1}^{\ldots\ldots} u_k = \cdots .. \frac{(1 - 2^{\ldots\ldots})}{1 - 2}}$$

On obtient : $\ldots \ldots \times \frac{(\ldots\ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots).}{1-2} = \ldots \ldots \ldots \ldots .$

Conclusion : la tirelire contient ……………………………… € ………………………………………………

Exemple 2 : Soit la suite géométrique (u_n) de premier terme u_0 = 2 et de raison q = 5

- Déterminons u_3 u_n = ……………………… donc u_3 = ……………………………………… = ……
- Déterminons la somme des 4 premiers termes de la suite

Elle représente : $u_0 + u_1 + u_2 + u_3$ = $\sum_{k=0}^{3} u_k = \frac{\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots ..}{\ldots \ldots \ldots \ldots} = \frac{\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots}{\ldots \ldots \ldots} = \ldots \ldots \ldots$

Vérifions : u_0 = 2 u_1 = ………. u_2 = …………. u_3 = ……….

2 + ………… + ………… + ………… = ……….