CHAPITRE 6 : PROBABILITES CONDITIONNELLES

1. RAPPELS

a/ Equiprobabilité

On dit qu'il y a équiprobabilité si tous les événements élémentaires ont la ………………… probabilité de se réaliser.

b/ Intersection et réunion

Soient A et B deux événements

- L'événement $A \cap B$ (lire "A ……………. B ") est l'ensemble des issues qui réalisent à la fois A ………… B
- Lorsqu'aucune issue ne réalise A et B, c'est à dire $A \cap B = \emptyset$, on dit que A et B sont disjoints ou …………………………………..
- L'événement $A \cup B$ (lire "A ………………… B ") est l'ensemble des issues qui réalisent A ou B, c'est à dire au ……………………. un des deux événements.
- L'événement $\bar{A}$ appelé événement ……………………………… de A est l'ensemble des issues qui ne réalisent pas A.

Exemple : On lance un dé non truqué à 6 faces.

Soient A, B et C, les événements suivants

A : Obtenir le 6 B : Obtenir un chiffre strictement inférieur à 4

C : Obtenir un chiffre pair

Alors, $A \cap C$ = { ………………………………………………… }

$A \cap B$ = { ………………………………………………… }

$A \cup C$ = { ………………………………………………… }

$A \cup B$ = { ………………………………………………… }

$B \cup C$ = { ………………………………………………… }

$A \cap C$ = { ………………………………………………… }

$\overline{B}$ = { ……………………………………… }

c/ Relations

Soit A, un événement de l'……………………………….. Ω

Alors, la probabilité de l'événement s'obtient a l'aide de la relation

$$p(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)}$$

Exemple : Le lancer de dé

A : Obtenir un chiffre strictement inférieur à 3

Ω = {……………………………………………….. } Card (Ω) = ………..

A = {……………………………………………….. } Card (A) = ………..

- Conclusion : $p(A) = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

$\bar{A}$ = {……………………………………………….. } Card ($\bar{A}$) = ………..

- Conclusion : $p(\bar{A}) = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

Autre relation : $p(\bar{A}) =$ ……………………………

Considérons l'événement B : Obtenir un chiffre pair

B = {……………………………………………….. } Card (B) = ………..

- Conclusion : $p(B) = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

Rappel : L'intersection. Déterminons : p (A ∩ B)

A ∩ B = { ……………………………………………………… } Card (A ∩ B) = ………..

- Conclusion : $p(A \cap B) = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

Rappel : La réunion. Déterminons : p (A ∪ B)

A ∪ B = { ……………………………………………………… } Card (A ∪ B) = ………..

- Conclusion : $p(A \cup B) = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

Autre relation : $p(A \cup B) =$ ……………………………………………………………

Vérifions : ………

2. L'ARBRE PONDERE

On peut représenter une situation à l'aide d'un ……………………………………………………… ou d'un ………………………………………………

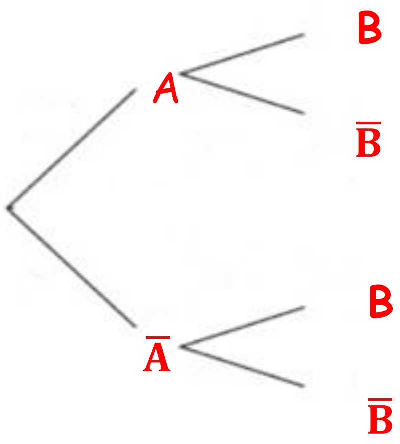
Exemple : Dans une classe de terminale : 60 % sont des filles, et parmi elle, 40 % possèdent le permis de conduire. 80 % des garçons possèdent le permis de conduire

Remarque : L'…………………………………… de la classe n'est pas connu. Il n'est pas possible de représenter cette situation par un tableau croisé, à moins de fixer un effectif arbitraire, …………… par exemple

	Possession du Permis	Non possession du Permis	Total
Filles	……………..	……………..	……………..
Garçons	……………..	……………..	……………..
Total	……………..	……………..	……………..

Il est plus judicieux de représenter cette situation par un arbre pondéré ou arbre de ……………………………

On écrit les événements à l'extrémité des branches et on reporte les probabilités ……….. les branches



On considère les événements : A : L'élève est une fille

B : l'élève possède le permis

Evidemment : $\overline{A}$; L'élève est ……………………………….

Calculons la probabilité :$p(A \cap B)$. C'est-à-dire : la probabilité d'interroger au hasard dans la classe, un élève qui …………………………………………………………………………………

A l'aide du tableau	A l'aide de l'arbre pondéré

3. LES PROBABILITES CONDITIONNELLES

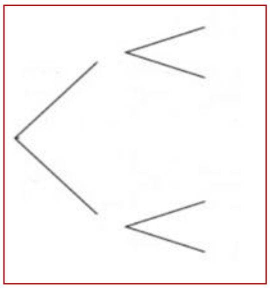
a/ Définition :

Soient A et B deux événements, avec $P(A) \neq 0$. Une probabilité conditionnelle est la probabilité qu'un événement soit réalisé sachant qu'un autre événement est réalisé.

Elle est notée : $P_A(B)$ (On lit " probabilité de B sachant A") et s'obtient à l'aide de la relation

A l'aide du tableau	A l'aide de l'arbre pondéré
$p_A(B) = \dfrac{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots.}$	$p_A(B) = \dfrac{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots.}$

b/ Propriétés :



Considérons l'arbre pondéré du paragraphe 2

Dans un arbre pondéré ou arbre à probabilités :

- La somme des probabilités portées sur les branches issues d'un même nœud est égale à ……………… (par exemple : $p_A(B) + p_A(\overline{B}) = \dots\dots\dots\dots\dots$)

- la probabilité d'un chemin est le produit des probabilités portées par ses branches (par exemple, $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$)

  $A \cap B$: L'élève est ………………………………………………………………………………………………

  Représenter, en couleur le chemin : $P(A) \times P_A(B)$

- la probabilité d'un événement est la …………………… des probabilités des chemins qui le composent (par exemple, $p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B)$)

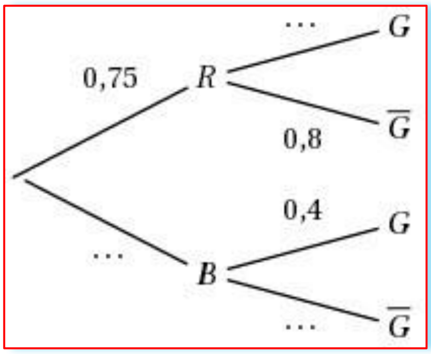
Calculons la probabilité d'obtenir, au hasard, un élève possédant le permis de conduire. Elle est appelée probabilité ……………………………….
$A \cap B$: L'élève est ………………………………………………………………………………………………
$\bar{A} \cap B$: L'élève est ………………………………………………………………………………………………
Calculons : $p(A \cap B)$ =……………… x ………….= 0,…….
Calculons : $p(\bar{A} \cap B)$ =……………… x ………….= 0,…….
Conclusion : p (B) = …………………………… + …………………………… = 0,……………………
Vérifions à l'aide du tableau croisé : ……………………………………………….

b/ Exemple:

Une urne contient 15 jetons rouges et 5 jetons bleus. 20 % des jetons rouges sont gagnants et 40 % des jetons bleus sont gagnants. Un joueur tire au hasard un jeton de l'urne. On note :

- R l'événement : Le jeton est rouge
- B l'événement: Le jeton est bleu
- G l'événement: Le jeton est gagnant

La situation peut être modélisée par l'arbre de probabilité ci-dessous :



1. Quelle est la probabilité que le jeton soit bleu ?

2. Calculer $p(R \cap G)$

3. Quelle est la probabilité que le jeton soit gagnant ?

4. Calculer $p_G (R)$

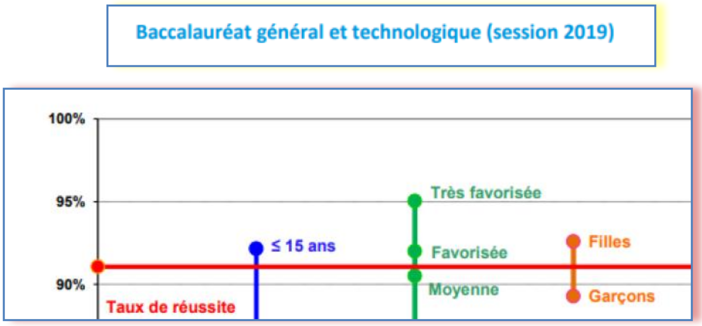
4. INDEPENDANCE DE DEUX EVENEMENTS

a/ Définition :

Soient deux événements A et B.
On dit que B est indépendant de A lorsque la réalisation de B ne dépend pas du fait que A soit ……………………………………… ou non

Exemple : A : L'élève est une fille de Terminale B : L'élève a obtenu le BAC en 2019

Question : A et B sont-ils indépendants ? ……………………………………………………………………………



A l'aide du document ci-contre, déterminer

$p (B) = 0,$……………

$p_A (B) = 0,$……….

Conclusion : ………
……

b/ Relations :

Les événements A et B sont indépendants si : $p (B) = p_A (B)$

Remarque : On sait que $p_A(B) = \dfrac{p (A \cap B)}{p(A)}$ mais $p_A (B) = p (B)$

Alors : $p (A \cap B) = p (A) \times p (B)$

EXERCICE :

Avant de lancer une nouvelle campagne de sensibilisation, une association humanitaire a étudié comment se sont répartis, en fonction de leur âge, les 400 donneurs de la campagne précédente, ceux-ci étant soit des donneurs occasionnels, soit des donneurs réguliers.

On compte 70 % de donneurs occasionnels

Parmi les donneurs occasionnels, 30 % ont entre 20 et 34 ans

Un tiers des donneurs réguliers a entre 35 et 59 ans

Parmi les 200 donneurs âgés de plus de 60 ans, 30 % sont des donneurs réguliers.

	Donneurs occasionnels	Donneurs réguliers	Total
De 20 à 34 ans			
De 35 à 59 ans			
60 ans et plus			
Total			400

a/ Recopier et compléter le tableau ci-dessus.

b/ L'association a établi un fichier de ses donneurs. On prélève au hasard une de ces fiches et on note :

R : l'événement « La fiche choisie est celle d'un donneur régulier. »

C : l'événement « La fiche choisie est celle d'un donneur âgé de plus de 60 ans. ».

Les événements C et R sont-ils indépendants ?

Cela signifie : L'association voudrait contacter les donneurs réguliers et en recherche la plus grande proportion

Doit-elle contacter tous les adhérents ou doit-elle contacter les plus de 60 ans ?

Calculons $p(R) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = 0,\dots..$ $\quad$ $p(C) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = 0,\dots..$

$$p(R \cap C) = \frac{\dots\dots\dots.}{\dots\dots\dots\dots} = 0,\dots..$$

Alors, $p(R) \times p(C) = 0,\dots..\times 0,\dots\dots. = 0,\dots\dots$

On peut en conclure que R et C sont ....

Vérifions : $p_C(R) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = 0,\dots..$

Conclusion : Les donateurs réguliers représentent .... % des adhérents (p(R) = 0,...)

Mais également ...... % des plus de 60 ans ($p_C(R) = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = 0,\dots..$

Il n'y a .... de donateurs réguliers parmi les plus de 60 ans que parmi l'ensemble des donateurs